

Zahlenbeispiele: s. Tabelle

¹

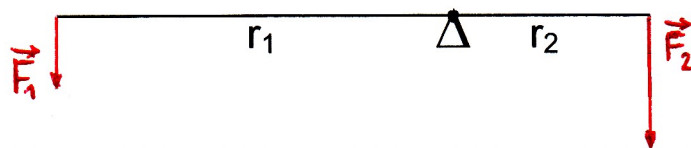
hoher η : mechanisch, elektrisch²
niedriger η : Wärme, (bio)chemisch,
Beleuchtung³

Beispiele für Wirkungsgrad in %

Generator; Elektromotor (hoher Güteklasse); Transformator	99
Turbine in Wasserkraftwerk	95
Batterie, Autogetriebe	90
Gesamtwirkungsgrad von Kraftwerk mit Kraft-Wärmeauskopplung	85
Turbine in Wärmekraftwerk	45
Verbrennungsmotoren Kfz	25–30
Energiesparlampe, Solarzellen	20
Energieumsatz Mensch: Kohlehydrate – mechanische Arbeit	10
Glühlampe	3–5
Photosynthese der Pflanzen	1

Hebelgesetz und Drehmoment

zweiarmiger Hebel: (Bsp.: Wippe⁴, Zange⁵, Schere⁶, Balkenwaage⁷)



Es gilt das bekannte Hebelgesetz: $F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$ ⁸
(„Kraft · Kraftarm = Last · Lastarm“)⁹

¹Wie groß ist der höchste Wirkungsgrad des Menschen? Tatsächlich kann man diesen für gewisse Tätigkeiten angeben: Am höchsten ist er beim Bergaufgehen und Fahrrad-(Ergometer-)Fahren, nämlich rund 25%. Was heißt das? Die zugeführte Energie durch Nahrungsmittel wird zu 25% in mechanische Energie umgewandelt. Schau auf das Ergebnis der Aufg. vom letzten Fragenkatalog. Da haben wir herausbekommen, dass man 785 kJ braucht, um einen 80 kg schweren Körper 1000 Höhenmeter beim Bergsteigen hinaufzuheben. Die 785 000 J sind die mechanische Energie, also die 25%. Es ist klar, dass man die 100% einfach durch Multiplikation mit 4 bekommt. Es ergeben sich 3 140 000 J = 3140 kJ an Nahrungsmitteln die man „verbrennt“. In der altmodischen Einheit „Kalorien“ sind es 750 Kilokalorien (750 kcal), also eine mittelgroße Mahlzeit. Wo die restlichen 75% hingehen, merkt man, weil es einem warm wird, und man schwitzt. Die 10% von der Tabelle sind ein Durchschnittswert für diverse Tätigkeiten, die nicht alle so effizient wie die beiden genannten sind.

²Überall, wo keine Wärme im Spiel ist, sondern nur mechanische und elektrische Energie, lassen sich Energieformen gut ineinander umformen. Es gibt wenige Verluste. Die Tabelle musst du freilich nicht auswendig können. Nur die ungefähren Werte soll man wissen.

Gerne erkläre ich im Unterricht, was unter den verschiedenen Punkten zu verstehen ist. Bitte nachfragen.

³Wie schon gesagt, Wärmekraftmaschinen haben immer einen schlechten Wirkungsgrad, biochemische Vorgänge in belebten Organismen haben meist einen noch niedrigeren. Auch recht schlecht ist die Umwandlung in Licht. Sogar eine moderne LED-Lampe wandelt den überwiegenden Teil der elektrischen Energie in Wärmeenergie um. Umgekehrt ist auch die Umwandlung von Licht in elektrische Energie in der Solarzelle nicht sehr effizient.

⁴[youtube.com/watch?v=qIwtIa8DsY](https://www.youtube.com/watch?v=qIwtIa8DsY) (Das greift schon ein bisschen vor. Das „Drehmoment“ lernen wir erst etwas weiter unten.) Versuch zum Selbstmachen: [youtube.com/watch?v=6PgEdxUfNoI](https://www.youtube.com/watch?v=6PgEdxUfNoI)

⁵7:20-8:32 von [youtube.com/watch?v=PgpE1S3_ZWs](https://www.youtube.com/watch?v=PgpE1S3_ZWs)

⁶Schere und Zange sind eigentlich vierarmig. Schau dir eine Schere an. Sie hat links und rechts vom Drehpunkt jeweils zwei Hebel. Es gibt aber das gleiche Hebelgesetz.

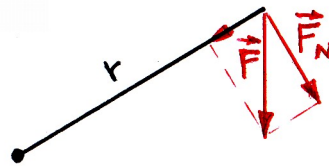
⁷Versuch mit Balken und Gewichten: [youtube.com/watch?v=LGVvorwXkX0](https://www.youtube.com/watch?v=LGVvorwXkX0)

⁸Man sieht an der Zeichnung schon: kleine Kraft mal kurzer Arm = große Kraft mal langer Arm.

Von den „Mathesongs“ bekannt ist Dorffuchs. Er hat auch einen Song zum Hebelgesetz aufgenommen: [youtube.com/watch?v=Wzl-ZOF9sTc](https://www.youtube.com/watch?v=Wzl-ZOF9sTc)

⁹Eine „Last“ ist auch nur eine Kraft: Meist ist ein Gewicht gemeint, das hochgehoben wird.

Beachte: Die Kraft F muss auf den Hebelarm r im rechten Winkel stehen. (Sonst darf man nur die Komponente der Kraft verwenden, die normal¹⁰ auf r steht, s. Abb.)



11

Gleiches gilt für einen einarmigen Hebel¹².

Bsp.: Bieröffner, Kipper¹³, Brechstange, Schubkarren¹⁴

Die Größe $F \cdot r$ nennt man auch „Drehmoment“ M , das heißt: $M = F \cdot r$ ¹⁵

Einheit: $[M] = \text{N} \cdot \text{m}$ („Newtonmeter“)

Bekannt vom Motor als „Durchzugskraft“.¹⁶

Drehmomentschlüssel¹⁷

Bsp. max. Drehmoment beim Radfahrer ($m = 75 \text{ kg}$, Tretkurbellänge: 18 cm)¹⁸

$$r = 18 \text{ cm} = 0,18 \text{ m} \quad F = F_G = m \cdot g \approx 75 \cdot 10 = 750 \text{ N}$$

$$M = F \cdot r = 750 \cdot 0,18 \approx 135 \text{ Nm}$$

Verallgemeinert kann man das Hebelgesetz so schreiben:¹⁹

$$\text{Summe der linksdrehenden Momente} = \text{Summe der rechtsdrehenden Momente}$$

¹⁰ = im rechten Winkel auf.

¹¹ Zeichne das heraus: zuerst F zeichnen und daraus ein Rechteck mit F_N konstruieren.

Das passiert ständig beim Treten der Fahrradkurbel. Man drückt eher in Richtung F als in Richtung F_N , weil man den Fuß ja nicht beliebig verbiegen kann. Das ist aber nicht ideal, weil man seine Körperkraft damit verschwendet. F ist ja immer $\geq F_N$. Tretkurbel: siehe de.wikipedia.org/wiki/Tretkurbel

¹² Ein einarmiger Hebel hat Kraft- und Lastarm auf der gleichen Seite. Der Drehpunkt ist am Ende. Siehe z.B. 2:48-3:44 von youtube.com/watch?v=-hainFPU5ls. (Genau genommen ist in dem Video die Kraft F_2 nicht richtig – normal auf den Hebel – eingezeichnet.)

¹³ Kipper: siehe das Bild im Fragenkatalog. Brechstange: siehe de.wikipedia.org/wiki/Brechstange Anwendung z.B.: strawpoll.com/de/brecheisen/images/maxpower-brecheisen-set-2-teilig-poy94k4AZJr.jpg

¹⁴ Ein Schubkarren (eine „Scheibtruhe“) hat so lange Arme, weil man damit schwere Lasten leicht heben und fahren kann. youtube.com/watch?v=i24CY1be6u0

¹⁵ Ein hohes Drehmoment hat man also, wenn bei einem langen Kraftarm eine hohe Kraft wirkt.

¹⁶ Viele kennen die Leistung eines Motors beim Auto in PS (besser: kW). Das Drehmoment wird seltener genannt. Sportwagen und auch moderne E-Autos haben ein hohes Drehmoment. Frag mal jemanden, wie viele Newtonmeter (Nm) sein Auto hat. Die wenigsten wissen es.

¹⁷ Ich zeige ihn im Unterricht. Wenn du nicht da warst: youtube.com/watch?v=3QSWXDiL6UI Man sieht in dem Video: Ein zu hohes Drehmoment würde die Schraube abreißen oder das Gewinde zerstören. Der Drehmomentschlüssel verhindert das.

¹⁸ Wir treten also auf die Pedale, die an einer 18 cm langen Tretkurbel montiert sind. Wir wenden unsere gesamte Körpergewichtskraft auf, stemmen uns also richtig rein. Wir nehmen weiters an, dass man genau im rechten Winkel zur Tretkurbel auf die Pedale tritt (und nicht schief wie in der obigen Abb., d.h. hier: $F = F_N = F_G$)

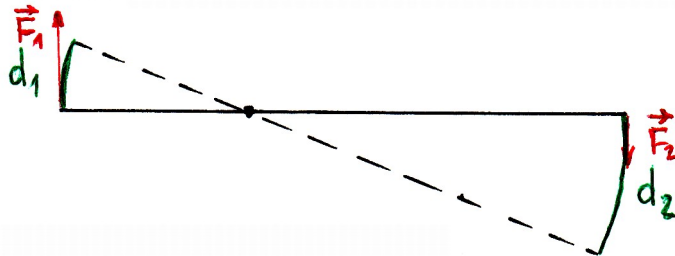
¹⁹ Man kann auf eine Wippe auch mehrere Kinder drauf setzen. Im Gleichgewicht ist sie, wenn die Drehmomente links und rechts ausgewogen sind. Wenn also auf beiden Seiten einer Wippe jeweils zwei Kinder sitzen, schreibt man z.B. an: $F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 = F_3 \cdot r_3 + F_4 \cdot r_4$ (also 4 Drehmomente.)

Ich zeige das dann im Unterricht an einem Versuch, wo ich auf einen Balken verschiedene Gewichte links und rechts dranhänge.

Hebelgesetz und Energieerhaltung

Bisher haben wir „statische“ Drehmomente angesehen, d.h. es herrscht Drehmomente-Gleichgewicht und es bewegt sich (vorerst) nichts.

Man kann das Hebelgesetz aber auch anders formulieren, wenn man d_1 und d_2 den Weg nennt, den der Hebel zurücklegt:²⁰



Dann gilt ähnlich: $F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$

Eine kleine Kraft F_2 entlang eines langen Weges d_2 kann eine große Last F_1 entlang eines kurzen Weges d_1 heben.²¹

Bsp. Wagenheber²²: $F_2 = 500 \text{ N}$, $F_1 = 10.000 \text{ N}$, $d_2 = 20 \text{ cm}$
Kraft ver-20-facht, deswegen Weg ein 20-stel: $d_1 = 1 \text{ cm}$ ²³

Beachte: in der Gleichung steht links und rechts mit $F \cdot d$ eine Arbeit²⁴.
Damit entspricht die Gleichung der Energieerhaltung²⁵.

Es gilt die „goldene Regel der Mechanik“:

Durch einfache Maschinen (Hebel, Flaschenzug,...) kann keine Arbeit gespart werden.

(wohl aber Kraft zu Lasten eines höheren Weges)²⁶

²⁰ Man sieht hier: Ich habe in der Zeichnung keine Gegenkraft gezeichnet, sondern gezeigt, wie sich F_2 von rechts auf links überträgt und zu F_1 wird. Die „Last“ ist die Gegenkraft zu F_1 .

Pass beim Abzeichnen auf: Bei mir sind die Hebelarme im Verhältnis 1:2, also muss d_1 auch die Hälfte von d_2 sein, F_1 hingegen das Doppelte von F_2 . Wenn du 1:3 als Verhältnis wählst, musst du das entsprechend anpassen.

²¹ Dass die Wege d_1 und d_2 hier gebogene Linien sind, soll uns nicht stören.

²² Ein Wagenheber ist zwar meist komplizierter gebaut, doch stellen wir uns ihn einfach wie einen ein- oder zweiarmigen Hebel vor.

²³ Rechne auch mit der obigen Formel. Es kommt das Gleiche heraus.

²⁴ Wir haben ja gelernt: Arbeit = Kraft mal Weg, wobei Kraft und Weg in die gleiche Richtung schauen müssen.

²⁵ In der obigen Zeichnung: Was man rechts an Arbeit reinsteckt, wird links an Hubarbeit geleistet.

²⁶ Was ist eine „einfache Maschine“? Für uns kann man vereinfacht sagen: Eine Maschine ohne Stromanschluss bzw. eine ohne Verbrennungsmotor, was ja externe Energie zuführen würde. Den „Flaschenzug“ schauen wir uns nächste Woche an. Hier nur die Beispiele Nussknacker, Bieröffner oder Zange: Man spart Kraft, muss aber entlang eines längeren Weges drücken/ziehen.